Государственное казенное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №3»
при исправительном учреждении

Обобщение опыта работы учителя математики Приходько Л.М.

Тема: «Исследовательская деятельность обучающихся на уроках математики»

с. Краснокумское
2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Учебно-познавательная деятельность школьников обладает большим потенциалом для формирования у них опыта исследовательской деятельности, поскольку предполагает не только усвоение действий, выполняемых по образцу, но и самостоятельный поиск и создание нового субъективно значимого знания.

Целями организации исследовательской деятельности по математике являются:

- создание мотивации к проведению исследования;
- удовлетворение познавательных потребностей обучающихся;
- расширение круга интересов обучающихся;
- воспитание культуры исследовательской деятельности;
- формирование навыков самостоятельной работы.

Для выявления способности обучающихся мыслить нестандартно необходимо создать условия для развития их представлений. Приведем примеры проблем и задач, при решении которых обучающиеся могут продемонстрировать умение выдвигать гипотезы и генерировать различные идеи, и покажем, как учитель может организовать работу с обучающимися. Такая работа позволяет выделить тех обучающихся; кто способен решать задачи различными способами, и сформировать у них простейшие элементы культуры исследовательской деятельности по математике.

Задача 1. Предложите различные способы определения положения центра для данного круга.

Решение этой проблемы в классе вызовет интерес, так как задача посильна обучающимся. Конечно, будет предложено несколько способов. Элемент соревновательности увлечет обучающихся. Но часть решений окажется ошибочной или не полностью проработанной, ответ одного обучающегося будет дополняться уточнениями других, поэтому сложно будет определить вклад каждого.

Лучше, если поставленную на уроке проблему каждых рассмотрит дома и оформит все найденные решения. На следующем уроке следует обсудить их и сравнить «достижения» обучающихся. В таком случае использование элемента соревновательности только усиливает мотивацию к дальнейшему занятию исследовательской деятельностью.

Коллективное обсуждение различных способов решения этой задачи и выявления у них общих шагов также будут способствовать формированию у обучающихся культуры исследовательской деятельности.

После постановки проблемы у обучающихся, заинтересованных в решении задачи, могут возникнуть разные вопросы.

1. Какими инструментами можно пользоваться при решении задачи?
2. Каким образом задан круг: нарисован на листе бумаги, вырезан из картона или фанеры и т.д.?
3. Каков размер круга?
4. Что с ним можно делать (сгибать, разрезать на части и т.д.)?

В этом случае лучше не давать ответы на вопросы, чтобы не сужать круг возможных вариантов решения проблемы, а предоставить обучающимся свободу выбора средств для самостоятельной деятельности и импровизации. Другими словами, «отпустить обучающихся в свободное плавание» при решении этой проблемы.

Прежде чем читать статью дальше, попробуйте сами найти около десяти способов решения поставленной задачи.

Исследовательская деятельность начнет формироваться, если будет организованна система действий по возбуждению мыслительной деятельности, направленной на выявления принципа решения данной проблемы и главных параметров, которыми можно варьировать при решении.

Всякая деятельность, связанная с изучением геометрии, предполагает ориентировочный, исполнительный (конструктивно-операционный) и контролирующий этапы.

В данном случае *ориентировочный этап* направлен на поиск идей, приводящих к пробным вариантам решения. При этом используется определения и свойства центра круга.

Исполнительный этап характеризуется выполнением операций по конструированию искомого объекта.

На *контролирующем этапе* необходимо доказать, что полученный объект удовлетворяет заданным требованиям. В выбранном нами примере доказательство становится очевидным после предъявления того или иного способа построения центра круга, поэтому рассмотрим первые два этапа.

I. Ориентировочный этап.

Отметим, что в школьных учебниках геометрии не даётся определение центра круга, хотя все авторы под центром круга понимают центр окружности, являющейся границей этого круга.

Анализируя свойства центра круга, пробуем задать направление поиска.

- Центр круга является серединой диаметра, поэтому необходимо направить поиск на построение диаметра круга, а его можно получить, например, перегибанием круга.

- Центр круга лежит на оси симметрии фигуры. Но одной оси недостаточно для определения центра круга. Нужно либо построить ещё одну ось симметрии (тогда пересечение двух осей даст центр окружности),либо найти середину построенного диаметра ещё одним перегибанием.

Вторая идея почти совпадает с первой, так как диаметр круга лежит на его оси симметрии. Однако близкие идеи не следует сразу отожествлять: иногда небольшое отличие позволяет увидеть объект под другим углом зрения и предложить новый способ построения фигуры.

- Границу данного круга можно рассмотреть как окружность, описанную около треугольника. На диаметр круга опирается вписанный прямой угол. Если использовать прямой угол треугольника, вписанного в окружность, то появится возможность получить еще один способ построения диаметра.

II. Конструктивно-операционный этап.

Пусть круг вырезан из листа бумаги, а его центр строится без использования геометрических инструментов. Приведем решения задачи.

Решение 1(с помощью трёх перегибании листа бумаги)

Линии сгиба будем обозначать пунктиром, а операцию сгибания и разгибания стрелкой.

а) Согнём круг, как показано на рис.1,получим хорду AB.

б) Стрелка на рис.2 показывает ,что нужно согнуть круг таким образом, что бы точки A и B совпали, а затем разогнуть. Получится ещё одна линия сгиба-CD.

В) Стрелка на рис.3 показывает, что нужно сначала согнуть фигуру таким образом, что бы совместились точки C и D , а потом разогнуть. В результате получим линию MN

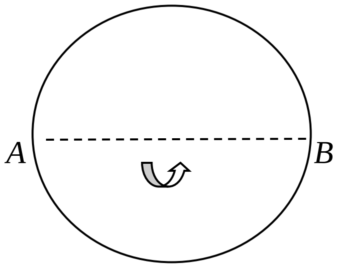


Рис.1

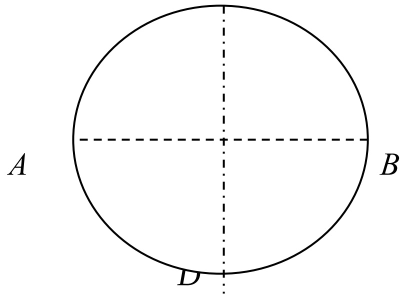


Рис.2

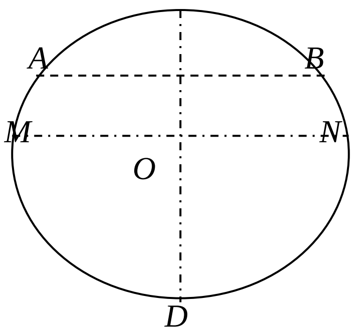


Рис.3

Обозначим точку пересечения CD и MN буквой O. Точка O- искомый центр круга (см. рис.3).

Решение 2 (с помощью четырёх перегибаний круга)

В этом способе центр круга получается как точка пересечения двух диаметров, перпендикулярных двум хордам, построение показано на рис.4– 6.

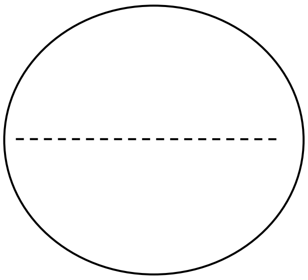


Рис.4

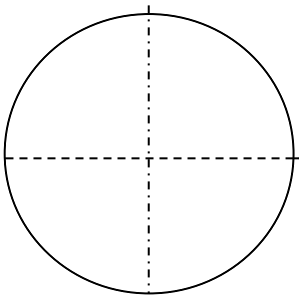


Рис.5

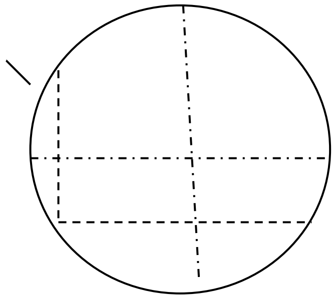


Рис.6

Решение 3 (с помощью двух перегибании круга)

Центр круга можно получить как точку пересечения взаимно перпендикулярных диаметров. Для этого достаточно двух сгибаний. Они выполняются таким образом, что бы граница круга совместилась сама с собою, т.е. одна полуокружностью(рис.7–8)

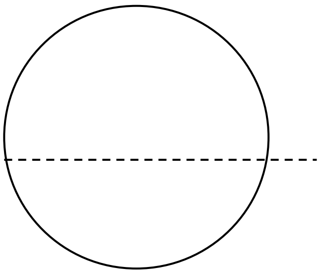


Рис. 7

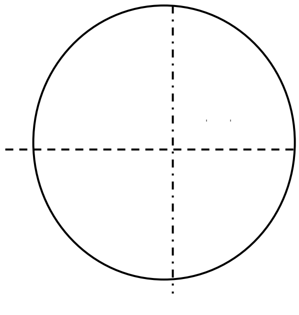


Рис. 8

Решение 4 (с использованием листа прямоугольной формы и линейки без делений)а) Сгибая лист, как показано на рис.9, находим биссектрису прямого угла (луч, содержащий его ось симметрии)

б) Расположим круг поверх прямоугольника так, что бы окружность касалась сторон угла, и с помощью линейки построим ось симметрии круга (рис.10)

в) Повернём круг так, что бы он по- прежнему касался сторон угла, и проведем вторую ось симметрии (рис.11).

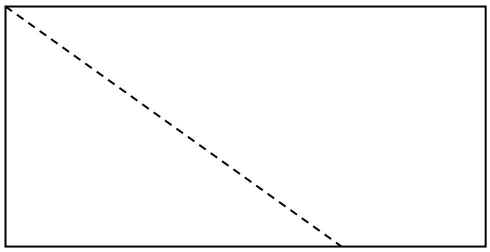


Рис.9

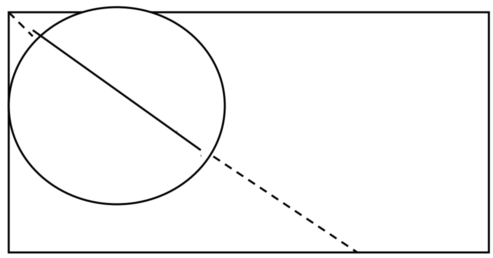


Рис.10

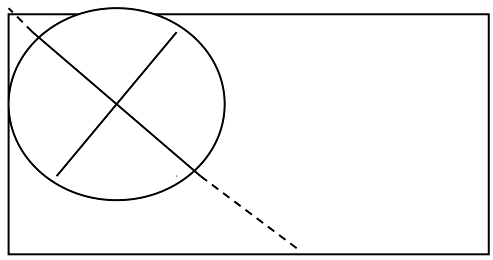


Рис.11

Пересечение двух осей симметрии определяет положение центра круга.

Решение 5 (с использованием центра тяжести материального объекта в форме круга).

Возьмём иголку (или гвоздь), подвесим круг на вертикальной стенке в точке *A*, которую желательно выбрать ближе к границе круга (рис.12).Убедимся в том ,что круг может свободно вращаться вокруг точки *A*.

В этом случае мы имеем дело с материальной моделью круга, имеющей массу, и круг займёт положение, при котором его ось симметрии будет направлена вертикально. Если на иголку подвесить груз на нитке, то на линейке, край которой проходит вдоль нити, можно провести ось симметрии *AB* круга (см. рис. 12). Подвесив теперь круг в другой точке, расположенной вне построенной оси симметрии, проведём вторую ось симметрии – *CD* (рис.13).

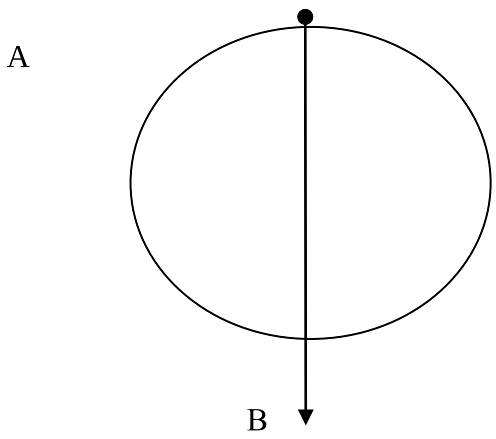


Рис.12

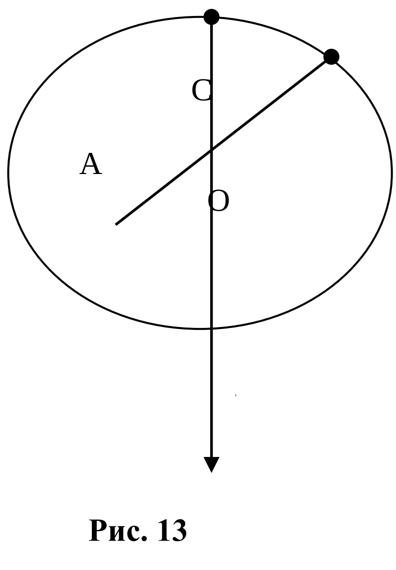
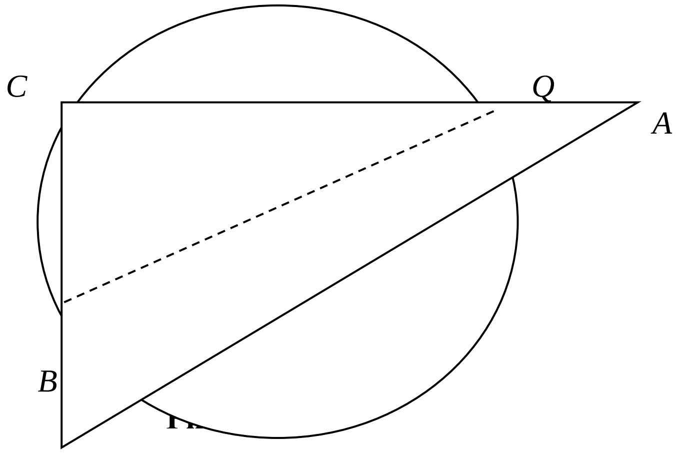


Рис. 13

Заметим , что для этого способа решения вопрос о том, из чего сделан круг, вполне обоснован.Если круг вырезан из тонкой бумаги, то сила трения о стенку может исказить конечный результат, так как при отклонении круга на малый угол сила тяжести может оказаться незначительной.

Решения 6 и 7 (с помощью прямоугольного треугольника).

Расположим прямоугольный треугольник* *ABC* так что бы вершина прямого угла С находилась на окружности,и обозначим точки пересечения окружности с катетами буквами P и Q, тогда отрезок PQ будет диаметром круга(рис.14).



Применив описанный способ построения дважды , получим два диаметра . точка их пересечения – искомый центр круга.

Если после нахождения диаметра круга перегибанием определим его середину(см. решение 3), то получим ещё один способ решения проблемы.

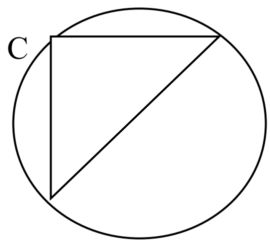


Рис. 15

Заметим, что если размеры треугольника оказались малы и катеты треугольника не пересекают окружность(рис.15), то предложенный способ построения (см. решение 6) не годится. Этот пример показывает, что возможный вопрос учащихся о величине радиуса круга обоснован.

Решения 8 и 9 (с помощью дополнительных построений)

а) Проведем с помощью линейки прямую *t*.

б) Расположим круг таким образом, что бы он касался прямой *t*, точку касания обозначим буквой *C* (рис.16)

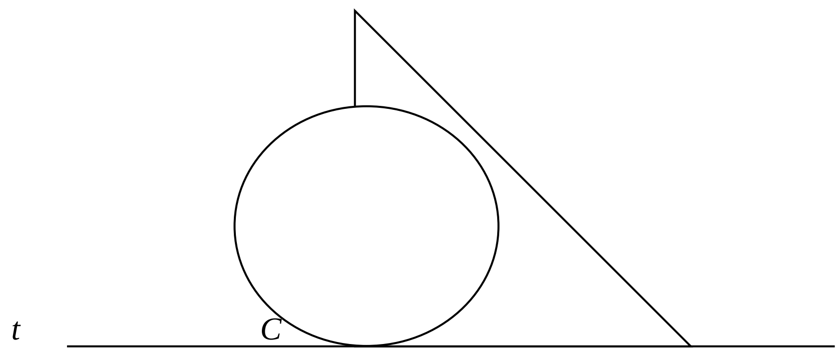


Рис. 16

в) пусть один из катетов прямоугольного треугольника находится на прямой, причем вершина прямого угла совпадает с точкой касания, тогда второй катет указывает положение диаметра круга.

г) Далее центр круга можно определить двумя способами: повернув круг и изобразив второй диаметр или перегибая круг(см. решение 3).

Имеет ли значение размер круга в описанном способе решения?

Решения 10-12(с помощью перегибании и дополнительных построений)

Что бы улучшить точность построений в вариантах 1-3 на первом шаге вместо перегибания круга для построения первого отрезка используем линейку.

Решения13 и 14(с использованием циркуля и линейки)

а) С помощью линейки проводим произвольную хорду *AB* круга(рис.17).

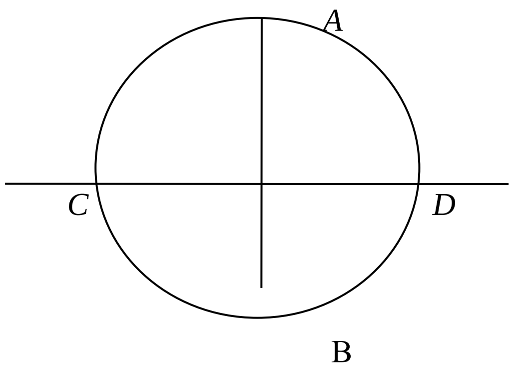


Рис.17

б) Строим дуги окружностей одинакового радиуса с центрами в точках *A* и *B*.Пусть дуги пересекаются в точках *C* и *D*, тогда прямая CD содержит диаметр круга.

в) Центр круга можно получить либо перегибанием(см. решение 3), либо делением диаметра пополам с помощью циркуля и линейки.

Ясно, что при этом варианте решения уместен вопрос либо о величине радиуса круга, либо о размере циркуля.

Во всех рассмотренных способах решения можно выделить две общие операции:

1) нахождение диаметра круга

2) нахождение середины диаметра.

Способы отличаются друг от друга только приемами(действиями), с помощью которых выполняется каждая операция. В одних случаях используются перегибания круга, в других – дополнительные построения. Иногда для нахождения середины построенного диаметра приходится строить второй диаметр. Однако наиболее простое действие – перегибание листа для построения центра круга как точки пересечения двух прямых линий.

Для того чтобы отличить один способ от другого, достаточно найти отличие в действиях по выполнению первой и второй операции.

Обучающимся можно предложить проанализировать решение 4 и найти еще один вариант решения, взяв за основу построения, показанные на рис.9 и 10.

Следующий этап анализа должен быть направлен на поиск ответа на вопрос: все ли способы обнаружены (если ограничиться перечисленными приемами выполнения первой и второй операций)? Обучающихся следует побудить задуматься над приведенными способами решения задачи и ориентировать на их сравнение, которое должно помочь найти в этих способах общее и различия.

Операцию по нахождению диаметра круга можно выполнить следующими шестью приемами:

1) двумя перегибаниями с построением вначале произвольной хорды, а затем серединного перпендикуляра к ней (мы не обсуждаем тот факт, что это не самый рациональный путь);

2) одним перегибанием круга;
3) с помощью перегибания прямоугольника (прямоугольного листа бумаги) и проведения диаметра по линейки;
4) с помощью прямоугольного треугольника;
5) с помощью линейки и циркуля;
6) с помощью отвеса и линейки.

Общее количество различных способов решения равно произведению числа приемов, которыми можно выполнить первую операцию, на число приемов, которыми можно выполнить вторую операцию и равно 36.

Полезно также рассмотреть другие вариации данной проблемы, когда вводятся некоторые ограничения. Например, из круга некоторые ограничения. Например, из круга удаляется несколько областей, не содержащих центр круга. Как тогда определить положение центра круга. Можно ли решить задачу, если от границы круга остались три дуги?

На примере решения этой задачи видим, что культура исследовательской деятельности направлена на:
- четкое понимание того, что все случаи рассмотрены;
- выделение общего элемента и различий в рассмотренных случаях;
- указание границ применимости предложенных способов решения.

Познавательная деятельность в этом случае характеризуется следующими признаками:
- стремление и умение мыслить самостоятельно;
- умение найти собственный подход к решению проблемы;

Умение осуществить критический анализ способов решения – как собственных, так и предложенных другими учащимися.

Обсуждение любого варианта решения должно быть направлено на создание благоприятной обстановки, в которой ученик сможет не только защитить свой способ, но и высказать мнение о способах решения, предложенных другими обучающимися.

Рассмотрим теперь еще одну задачу исследовательского характера.

Задача 2. Найдите зависимость между длинами сторон прямоугольного треугольника с катетами a и b и гипотенузой c.

Эта классическая зада описана в различных методических пособиях. Но формируем ли мы при ее решении нечто большее, чем просто умение оперировать с числами? А в какой – нибудь другой задаче снова будем экспериментально подбирать зависимость без путеводной нити? Как использовать на этом этапе рациональные пути поиска, т.е. эвристика?

Работу над задачей2 можно организовать, например, так. Разбить класс на четыре группы и предложить каждой группе измерить катеты и гипотенузу прямоугольного треугольника и найти зависимость между их длинами.

Результаты заносятся в таблицу.

Стороны треугольника	**Группа 1**	**Группа 2**	**Группа 3**	**Группа 4**
a	3	12	8	6
b	4	5	15	8
c	5	13	17	10

Обучающиеся предлагают различные гипотезы о соотношении длин сторон прямоугольного треугольника на основе числовых характеристик конкретного треугольника.

Первая группа: $c = a + \frac{b}{2}$

(учащиеся четвертой группы подтвердили выполнение этой зависимости для их конкретной геометрической фигуры).

Третья группа: $a = \frac{b+c}{4}$

Вторая группа: b = 3(c – a).

После подстановки чисел из таблицы в каждую формулу выясняется, что ни одна из формул не удовлетворяет требуемым условиям. В этот момент важно обратить внимание при учащихся на то, что формула. Полученная при проведении эксперимента одной группой, должна стать инструментом для вычислений при проведении эксперимента другими группами.

Дальнейший поиск следует осуществить уже под руководством учителя, параллельно обучая методом научного поиска.

Можно ли обосновать, что формулы $c = a + \frac{b}{2}$, b = 3(c – a), $a = \frac{b+c}{4}$ не удовлетворяют заданным условиям, не осуществляя конкретную проверку? Проблема ведь в том, что иногда можно предложить бесконечно много треугольников со сторонами, удовлетворяющими случайно обнаруженной формуле.

Например, в случае формулы $c = a + \frac{b}{2}$ это треугольники, длины сторон которых кратны числам 3,4 и 5 (a = 3n, b = 4n, c = 5n, где n $\in$ N).

Обучающимся следует предложить вычислить гипотенузу для треугольника с катетами *a*=3см и *b*=4см и для треугольника с катетами *a*=4см и *b*=3см. При перестановке длин катетов длина гипотенузы не меняется, поэтому формула для ее вычисления должна выглядеть одинаково относительно каждой переменной. Симметрия искомой формулы становится тем инструментом, с помощью которого можно быстро опровергнуть ошибочные формулы

(в данном случае $c = a + \frac{b}{2}$ и b = 3(c – a))

Этим действием мы формируем важнейшее понимание того, что симметрия формулы относительно переменных позволяет сократить число возможных вариантов для экспериментирования. Чтобы эта эвристика была принята обучающимся как руководством к действию, к ней следует возвращаться позже: при вычислении площадей фигур, объемов и т.д.

А можно ли теперь обосновать, что формула $a = \frac{b+c}{2}$ не удовлетворяет условиям, не осуществляя конкретную проверку? В этом случае можно предложить обучающимся совершить «предельный переход» (не называя этого термина), а именно, начать уменьшать длину одного из катетов треугольника. Длина гипотенузы будет приближаться к длине (зафиксированной) другого катета, и формула $a = \frac{b+c}{4}$ не удовлетворяет предельному переходу.

Изучение функциональной зависимости с помощью предварительного перехода важно потому, что оно формирует представление о методах научного исследования: при изменении одного из объектов (аргументов) осуществляется наблюдение за изменением результата (функции). На этом этапе не обязательно говорить об аргументе и о функции, но можно выполнить пропедевтическое действие, которое развивает мышление учащихся и также является эвристикой по сокращению числа вариантов решения задачи.

Другие возможные формулы: c = a + b, a = b + c и b = a + c удовлетворяют предложенным эвристикам, но ни одна из них не удовлетворяет конкретному набору числовых данных. Дальнейший поиск осуществляется значительным изменением этих формул с учетом сформулированных ранее эвристик. Начинаем увеличивать степень переменных a,b,c.

Формулы типа $c=a^2+b^2$ опровергаются на основе идеи размерности. Поэтому все попытки «подогнать» эту формулу под экспериментальные данные путем введения числовых коэффициентов обречены на неудачу. На этом этапе поиска полезно установить межпредметную связь математики с физикой. Проверка правильности формулы путем сравнения размерностей величин, стоящих в ее левой и правой частях, является в физике доминирующей. Формулы, уравнивающие количество $см^2$ и количество $см^3$ или число секунд и число метров, является ошибочными.

Итак, третья важная идея, на которую можно и нужно опираться при поиске формулы для геометрического объекта, заключается в том, что левая и правая части формулы должны иметь одинаковую размерность.

Наконец, среди формул $c^2 = a^2 + b^2$, $a^2 = b^2 + c^2$, $b^2 = a^2 + c^2$, которые удовлетворяют требованиям симметричности и размерности, а также условиям предельного перехода, обнаруживается искомая формула $c^2 = a^2 + b^2$.

Описанный путь поиска функциональной зависимости кажется долгим. Но в этом и состоит его воспитательный эффект: ученикам показываются, что открытию предшествует большой труд по анализу данных, выдвижению и проверке гипотез. Особо следует подчеркнуть, что мы обнаружили лишь наиболее правдоподобную гипотезу, которая экспериментально была подтверждена на примере четырех треугольников, а доказательство того, что найденная зависимость будет выполняться для любого прямоугольного треугольника, является следующим важным этапом в решении проблемы.

III. Метод проектов.

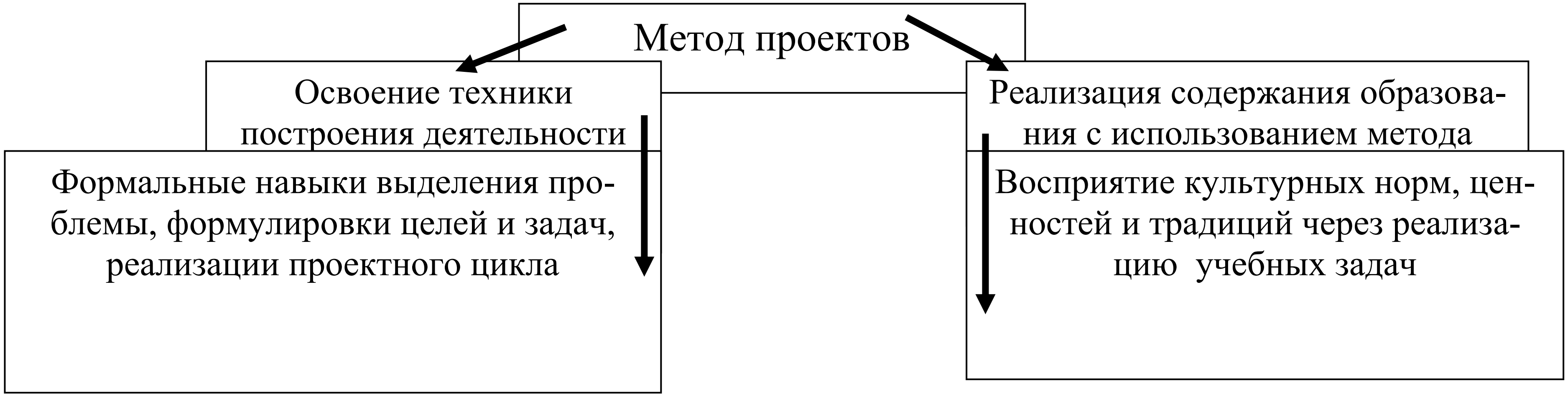
Уровни проектирования в школе

Ученический исследовательский проект	Констатация факта, подтверждение гипотезы
Проектирование учебной деятельности ученика (учительский проект)	Достижение образовательного результата
Проект развития школы на основе исследовательской деятельности учащихся	Создание «лица» школы, развитие коллектива

Исследовательская деятельность обучающихся – образовательная технология, предполагающая решение учащимися исследовательской, творческой задачи под руководством специалиста, в ходе которого реализуются следующие этапы (вне зависимости от области исследования):

Изучение теоретического материала
Выделение проблемы, постановка целей и задач исследования
Формулировка рабочей гипотезы
Освоение методики исследования
Сбор собственного экспериментального материала
Обработка материала
Обобщение, анализ, выводы
Представление исследовательской работы

Опыт формируется на основе деятельностного и личностно ориентированного подходов в обучении, одним из путей реализации которых является применение в обучении *метода проектов.*



Главные особенности исследовательской деятельности учащихся

- Ценностно-смысловая направленность на выявление истины, использование проектного метода как средства организации деятельности
- Широкое привлечение традиций и образцов, выработанных в сфере науки

ТИПЫ ОБУЧЕНИЯ			
Цель	**ЗУН**	**Компетенции**	**Субъективность**
Средство		**ЗУН**	**Компетенции**
Методика			**ЗУН**
Тип обучения	Репродуктивное	Продуктивное	Исследовательское

Учебно-исследовательская и научно-исследовательская деятельность

Вид	Цель	Средство
Учебная деятельность	Передача заданного объема ЗУН	Технологизация учебного процесса
Научно-исследовательская деятельность	Получение объективного нового знания	Повышение научного потенциала исследователя
Учебно-исследовательская деятельность	Развитие и обучение учащихся	Моделирование процесса получения новых знаний

Соотношение проектирования и проектного метода организации исследования

Средство: исследование

Главная цель – реализация проектного замысла

Средство: проектирование

Главная цель - уяснение сущности явления, истина

Проектирование

Исследование

Заключение

Использование перечисленных эвристик способствует формированию целостного взгляда на объект, умения опровергать большую часть ошибочных функциональных зависимостей на основе проверки естественных условий. Эти эвристики особенно важны для учителя математики, так как, решая арифметические задачи, он должен возвышаться над конкретными вычислениями и видеть общие идеи при их выполнении.

Обучащиеся могут овладеть эвристиками только в результате специально организуемой учителем работы посредством специального набора функций:

1) выступать средством мотивации при выборе тех или иных действий;
2) быть средством осознания общности решаемых задач, их единства, а также систематизации изученного и изучаемого материала;
3) выступать средством установления аналогии;
4) быть способом приобретения знаний;
5) быть источником внутренней установки на познавательную деятельность;
6) влиять на диалог, делать его более продуктивным;
7) доставлять эмоциональное удовлетворение ученику, ведя его к математическому открытию.